Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2024-25 г.г.
Отборочный этап **11 класс**

Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

11.1. Можно ли расставить в вершинах куба восемь различных целых чисел так, чтобы число, стоящее в любой вершине, было равно сумме трёх чисел, стоящих в вершинах, соединённых с данной вершиной ребром?

11.2. На доске записаны несколько (не менее трёх) различных действительных чисел. Известно, что из любых трёх различных записанных чисел всегда можно выбрать два, сумма которых тоже записана на доске. Какое наибольшее количество чисел может быть записано на доске?

11.3. В треугольнике ABC серединные перпендикуляры к биссектрисам углов A и C пересекаются на стороне AC. Доказать, что $AB \cdot BC = AC^2$.

11.4. Решить в действительных числах систему уравнений: $\begin{cases} \frac{1}{xy} = \frac{y}{z} + 1, \\ \frac{1}{yz} = \frac{z}{x} + 1, \\ \frac{1}{zx} = \frac{x}{y} + 1. \end{cases}$

11.5. Вершины правильного 50-угольника занумерованы натуральными числами от 1 до 50 включительно. Петя и Вася играют в следующую игру. Очередным ходом каждый игрок соединяет отрезком любые две различные вершины, номер одной из которых делит номер другой, и которые к этому моменту ещё не соединены отрезком. Побеждает тот игрок, после хода которого впервые образуется треугольник с вершинами в вершинах 50-угольника, одна из которых имеет номер 50. Сначала никакая пара вершин не соединена отрезком. Первым ходит Петя. Кто из них победит при правильной игре? Отрезки могут пересекаться.

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2024-25 г.г.
Отборочный этап **11 класс**

Время написания работы 4 астрономических часа Решения всех задач оцениваются из 7 баллов

11.1. Можно ли расставить в вершинах куба восемь различных целых чисел так, чтобы число, стоящее в любой вершине, было равно сумме трёх чисел, стоящих в вершинах, соединённых с данной вершиной ребром?

11.2. На доске записаны несколько (не менее трёх) различных действительных чисел. Известно, что из любых трёх различных записанных чисел всегда можно выбрать два, сумма которых тоже записана на доске. Какое наибольшее количество чисел может быть записано на доске?

11.3. В треугольнике ABC серединные перпендикуляры к биссектрисам углов A и C пересекаются на стороне AC. Доказать, что $AB \cdot BC = AC^2$.

11.4. Решить в действительных числах систему уравнений: $\begin{cases} \frac{1}{xy} = \frac{y}{z} + 1, \\ \frac{1}{yz} = \frac{z}{x} + 1, \\ \frac{1}{zx} = \frac{x}{y} + 1. \end{cases}$

11.5. Вершины правильного 50-угольника занумерованы натуральными числами от 1 до 50 включительно. Петя и Вася играют в следующую игру. Очередным ходом каждый игрок соединяет отрезком любые две различные вершины, номер одной из которых делит номер другой, и которые к этому моменту ещё не соединены отрезком. Побеждает тот игрок, после хода которого впервые образуется треугольник с вершинами в вершинах 50-угольника, одна из которых имеет номер 50. Сначала никакая пара вершин не соединена отрезком. Первым ходит Петя. Кто из них победит при правильной игре? Отрезки могут пересекаться.